

基于序列采样算法的轮盘减质优化

徐胜利^{1,2}, 刘海涛^{1,2}, 王晓放^{1,2}, 宋 洋³

(1. 大连理工大学 能源与动力学院, 辽宁 大连 116024;

2. 大连理工大学 海洋能源利用与节能教育部重点实验室, 辽宁 大连 116024;

3. 中国航空工业集团公司 沈阳发动机设计研究所, 沈阳 110015)

摘 要: 介绍了一种基于蒙特卡罗表述的空间缩减策略和局部边界线搜索的序列采样算法, 该算法利用已有样本点的信息缩减原有设计空间, 使得在缩减设计空间上生成的新样本点能够同时具有良好的空间填充特性和投影特性. 与已有的序列采样算法的比较结果表明, 该算法具有较高的采样效率和采样质量. 采用此序列采样算法结合 Kriging 模型和遗传算法进行轮盘减质优化, 优化结果减质 10%. 该序列采样算法为工程结构的优化提供了一条灵活有效的途径.

关 键 词: 空间缩减; 序列采样; 代理模型; 轮盘; 减质优化

中图分类号: V232.3

文献标志码: A

Mass optimization of turbine disk based on sequential sampling algorithm

XU Sheng-li^{1,2}, LIU Hai-tao^{1,2}, WANG Xiao-fang^{1,2}, SONG Yang³

(1. School of Energy and Power Engineering,

Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China;

2. Key Laboratory of Ocean Energy Utilization and Energy Conservation of Ministry of Education, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China;

3. Shenyang Engine Design and Research Institute, Aviation Industry Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: A sequential sampling algorithm based on Monte Carlo-based space reduction and local boundary search was introduced. This algorithm utilized the information of the current samples to reduce the design space in order to generate new samples with better space-filling and projective properties. The comparative results with existing sequential sampling algorithm demonstrate that this algorithm can efficiently generate better samples. This sequential sampling algorithm combined with Kriging model and genetic algorithm was used in the mass optimization of turbine disk, obtaining mass reduction of 10%. The results show that this sequential sampling algorithm provides a flexible and efficient approach for the engineering structure optimization.

Key words: space reduction; sequential sampling; surrogate models; turbine disk; mass optimization

收稿日期: 2013-05-22

基金项目: 辽宁省博士启动基金(20131019); 国家重点基础研究发展计划(2009CB724303); 中央高校基本科研业务费专项资金(DUT14QY36)

作者简介: 徐胜利(1979—), 男, 江苏镇江人, 讲师, 博士, 主要从事工程结构优化设计研究. E-mail: xusl@dlut.edu.cn

近年来,高精度数值仿真技术被广泛应用于复杂的工程设计与优化问题,它能够以较小的代价比较准确地模拟实际工程问题,因此成为工程结构设计和分析的有力工具.通常,对于一个复杂的工程结构设计和优化问题,一次数值仿真分析是比较耗时的.例如汽车碰撞过程的数值仿真分析通常需要几百到上千小时 CPU 计算时间^[1].在设计空间搜索最优设计参数时,无论是传统的基于梯度信息的优化算法还是启发式算法,都要进行多次迭代计算.为了平衡工程结构设计和优化问题的精度和效率,一些学者提出了基于试验设计和近似理论的代理模型(surrogate models)方法.该方法的思路是建立计算量小又能一定程度上保证预测精度的近似模型,用以代替优化设计过程中耗时的真实物理问题的数值仿真分析,以提高设计效率.常用的代理模型包括多项式模型、克里金(Kriging)模型^[2]、径向基函数(RBF)模型^[3-4]等.代理模型技术在工程设计和优化领域得到了越来越广泛的应用^[5-7].

事实上,一个近似模型的精确程度很大程度上取决于构造该近似模型的样本点集的好坏.而试验设计(design of computer experiments, DOE)方法正是致力于用较少的样本点获得尽可能精确的近似模型.一个 m 维单位设计空间中的 n 个样本点的集合可以表示为 $\mathbf{P} = [p_1, p_2, \dots, p_n] \in [0, 1]^m$. 一个理想的样本点集应具有良好的空间填充特性(space-filling property)和投影特性(projective property)^[8]. 空间填充特性是指所有的样本点应尽可能地充满整个设计空间,以捕捉到尽可能多的关于真实模型的信息.空间填充特性可以用最小距离最大化准则(maximin criterion)定量地描述,数学公式表述如下:

$$d_{\min} = \min_{p_i, p_j \in \mathbf{P}} \sqrt{\sum_{k=1}^m |p_i^k - p_j^k|} \quad (1)$$

其中 d 是指设计空间上两点间的欧氏距离; p_i, p_j 是 $\mathbf{P}$ 中的任意两点; p_i^k, p_j^k 是点 p_i, p_j 的 k 维坐标.投影特性指的是在设计空间的低维子空间中,样本点的投影应尽可能地均匀分布.投影特性可以用任意两点间的最小投影距离来衡量,数学公式表述如下:

$$p_{\min} = \min_{p_i, p_j \in \mathbf{P}} \min_{1 \leq k \leq m} |p_i^k - p_j^k| \quad (2)$$

常用的试验设计方法包括全因子设计^[9]、中心复合设计^[10]、正交表设计、均匀设计、拉丁超立方设计^[11]等.其中拉丁超立方设计是近年来应用较广泛的试验设计方法.以上几种试验设计方法

简单易用,但是,它们均属于一次性采样算法,需要事先指定总的采样数目.对于实际工程结构设计问题,采样数目过少会造成近似模型的精度不满足要求,采样数目过多则造成计算资源的浪费,而设计人员不可能事先知道满足近似模型精度要求的采样点数目.因此,这类一次性采样的试验设计方法在实际应用中缺乏灵活性.

为了克服一次性采样算法的不足,近年来,有学者提出了序列采样算法.该算法的思路是将整个采样过程分成若干次进行,后续的采样需要分析前面的采样点信息,自适应地确定本次采样的位置.序列采样算法可以有效地避免采样过多或过少的问题,能以尽可能少的采样点获得理想的近似模型^[8, 12-13].但是,目前的序列采样算法存在样本质量不理想和采样效率不高等方面的问题,需要进一步改进^[13].

本文提出了一种基于蒙特卡罗表述的空间缩减策略和局部边界线搜索(Monte Carlo-based space reduction and local boundary search, LBS-MCSR)的序列采样算法.该算法的采样过程主要分为两步:①通过设置已有样本点的拒绝区间来缩减设计空间以保证后续样本点具有好的投影特性;②在缩减后的设计空间上寻找具有好的空间填充特性的样本点.与序列准拉丁超立方(sequential quasi-latin hypercube, QLHD)算法^[14]的比较结果表明 LBS-MCSR 算法具有较高的采样效率和较好的采样质量.将 LBS-MCSR 算法应用到压气机的轮盘减质优化设计,实现了基于 LBS-MCSR 算法的轮盘结构形状优化,并得到了满意的优化结果.

1 LBS-MCSR 算法

首先,以一个二维问题为例说明 LBS-MCSR 算法的构造过程,该问题具有两个设计变量 $X, Y \in [0, 1]$.假设在当前迭代步中,样本点集 $\mathbf{P}$ 中有两个样本点 p_1 和 p_2 落在单位设计空间 $\mathbf{S} = [0, 1]^2$ 上,如图 1 所示.为了保证整个样本点集具有良好的投影特性,新加的样本点在各个维度方向上都应该尽量远离已有样本点.为此可以设每个已有样本点沿各维度方向均有一个拒绝区间,后续添加的样本点不允许落入这些拒绝区间内.拒绝区间的长度用 L 表示,可定义为

$$L = \alpha \times (1/t) \quad (3)$$

式中 t 是当前迭代步中的已有样本点数; α 是控制参数, α 越大, L 越大,也即投影特性越好,同时,

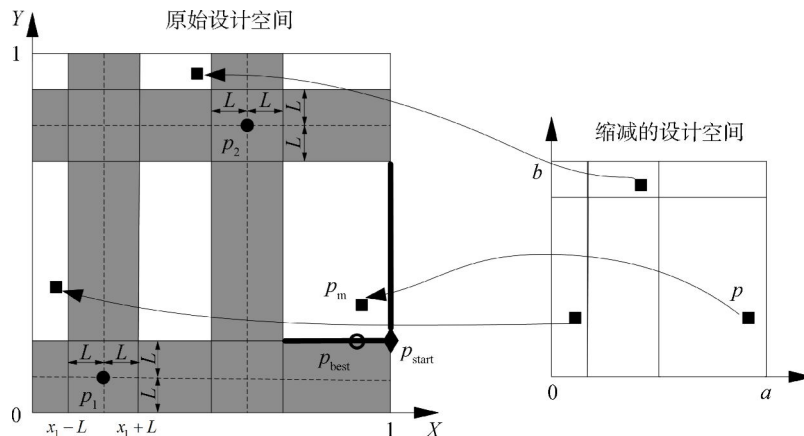


图1 LBS-MCSR算法在二维问题中的采样过程示意图

Fig. 1 Sketch of two-dimensional sampling process of LBS-MCSR algorithm

缩减后的子空间越小,子空间中样本点的空间填充特性越差.例如,点 $p_1(x_1, y_1)$ 沿变量 X 方向的拒绝区间是 $[x_1 - L, x_1 + L]$. 在图1中,所有已有样本点的拒绝区间都用灰色表示出来.这些拒绝区间的存在实质上是将可行的设计空间缩减了.为了保证算法稳定, α 的取值不能过大,以保证缩减后的设计空间存在.假设现有 t 个样本点,则沿着某个维度拒绝区间的总长度的最大值应满足

$$L_{\text{sum}} = t \times \left(2 \times \frac{\alpha}{t} \right) = 2\alpha \leq 1 \quad (4)$$

即 α 应不大于 0.5. 根据测试, α 从 0.05 变化到 0.5 的过程中,样本点集的空间填充特性 ($d_{\min}$) 变化不大,而投影特性 ($p_{\min}$) 提高明显,因此,取控制参数 $\alpha = 0.5$.

如果将图1中的灰色拒绝区间从设计空间 S 移除,剩余的不连续的空白区间可以组成一个新的缩减设计空间 $S_1 = [0, a] \times [0, b]$. 可以发现,落在空白区间 S_1 上的任意一点到任何已有样本点的投影距离都不小于 L ,这就保证了新的样本点集具有可控的投影特性.另外,设计空间的缩减也有助于更快地搜寻新的样本点,提高采样效率.

样本点集的投影特性通过设置拒绝区间得到保证后,接下来就要在空白可行区间内找到空间填充特性尽可能好的样本点.首先,在设计空间 S_1 上采用蒙特卡罗方法生成一定数量的随机点.随机点的产生可以通过软件 MATLAB 的函数 rand 实现,本文每个迭代步中随机点数目定为 500.然后,根据这些随机点的相对位置,将它们从设计空间 S_1 映射到原始设计空间 S .最后,计算每一个随机点到已有样本点集的最小距离.根据最小距离最大化准则(式(1))选择一批空间填充特性最好的随机点组成备选样本点集 $P_{\text{candidate}}$.

这些备选样本点可以通过局部改善进一步提高它们的空间填充特性,这个过程通过局部边界线搜索(local boundary search, LBS)算法完成.通过分析可知,空间填充特性最好的样本点一般位于空白可行区间的边界线上.对于备选样本点集 $P_{\text{candidate}}$ 中的任意一个随机点 p ,首先,识别它所在的空白可行域 $S(p)$;然后,找到距 p 最近的 $S(p)$ 的一个顶点 p_{start} ,可以发现, $S(p)$ 的所有过 p_{start} 的边界线跟它们的平行边界线相比,距 p 是最近的.这意味着这些边界线最有可能包含空间填充特性更好的样本点.最后,用黄金分割法沿这些边界线搜索.对所有 $p \in P_{\text{candidate}}$ 重复上述过程即可以找到一个空间填充特性最好的点 p_{best} 作为下一个样本点.备选样本点数目对这一步改进寻优有一定影响.备选样本点数目太少,对空间填充特性的改善作用不大;备选样本点数目太多,会降低算法效率.本文中,基于平衡考虑,备选样本点数目定为 10 个.

在这个二维问题中,设在设计空间 S_1 上生成 3 个随机点,再将这 3 个随机点根据其相对位置映射到原始设计空间 S 中,如图1所示.根据最小距离最大化准则选择 p_m 作为下一个备选样本点.然后识别 p_m 所在的空白可行区间 $S(p_m)$,找到距 p_m 最近的顶点 p_{start} ,图1中两条过 p_{start} 的粗线条边界线即为需要搜索的边界线.用黄金分割法沿这两条边界线搜索,得到的具有最好的空间填充特性的点 p_{best} 被选作下一个样本点添加到样本点集 P 中.

以上采样过程可以直接扩展到高维情况,并且可以方便地通过计算机编程实现. LBS-MCSR 算法的详细步骤如下:

1) 识别现有样本点集 P 中所有样本点的拒

绝区间,获得缩减后的设计空间 S_i .

2) 在缩减后的设计空间 S_i 上投随机点,然后将这些随机点映射回原始设计空间 S ,根据最小距离最大化准则选取备选样本点集 $P_{\text{candidate}}$.

3) 备选样本点集 $P_{\text{candidate}}$ 中各点所在的可行区间上分别用局部边界线搜索算法寻优,找到最优优点 p_{best} 作为下一个样本点.

4) 更新样本点集 $P = P \cup P_{\text{candidate}}$.

5) 检查是否达到停止准则(如最大样本点数).如果符合停止准则,算法终止;否则转 1).

2 算法测试

将本文提出的 LBS-MCSR 算法和 QLHD 算法^[14]进行比较,主要对比这两种算法的采样质量和采样效率.初始样本点均为两对角点,每一种情况均测试 10 次,表 1 列出 10 次测试的均值.从表 1 可以发现,LBS-MCSR 算法产生的样本点集的空间填充特性要好于 QLHD 算法产生的样本点集,特别是在高维情况.例如,样本大小为 4×40 时,LBS-MCSR 算法产生的样本点集的 $d_{\min}$ 是 QLHD 算法的 3 倍.由于算法构造不同,QLHD 算法产生的样本点集的投影特性稍好于 LBS-MCSR 算法.Crombecq 等^[13]指出空间填充特性对近似模型的精度影响更大一些.采样效率方面,在所有测试中,LBS-MCSR 算法产生样本点集所用的时间远远小于 QLHD 算法.因此,LBS-MCSR 算法在实际应用中能够高效地获得质量很好的样本点集.

表 1 LBS-MCSR 算法和 QLHD 算法的采样质量和采样效率的比较

Table 1 Comparison of sampling quality and sampling efficiency between LBS-MCSR algorithm and QLHD algorithm

算法	准则	变量数 $\times$ 采样点数		
		2×40	2×100	4×40
LBS-MCSR	$d_{\min}$	0.135 0	0.080 2	0.390 7
	$p_{\min}$	0.012 8	0.005 1	0.012 8
	时间/s	3.86	10.01	6.96
QLHD	$d_{\min}$	0.088 4	0.044 2	0.125 0
	$p_{\min}$	0.015 6	0.007 8	0.015 6
	时间/s	587.49	1597.68	625.13

3 LBS-MCSR 算法在轮盘减质优化中的应用

本文考虑单级轮盘模型,由于轮盘温度较低,不考虑轮盘的热应力.该轮盘的主要数据如下:轮盘转速 $n=12\,000\text{ r/min}$,轮盘外缘均布载荷 $\sigma_0=328.07\text{ MPa}$,轮盘材料为 1Cr11Ni2W2Mov,密度 $\rho=7\,800\text{ kg/m}^3$,弹性模量 $E=206\text{ GPa}$,泊松比 $\nu=0.3$,屈服强度 $\sigma_{0.2}=795\text{ MPa}$,极限强度 $\sigma_0=970\text{ MPa}$.轮盘结构设计应满足的 8 个强度性能指标见表 2.图 2 为轮盘结构示意图,确定如图所示的 10 个设计变量,分别是 $r_1 \sim r_3, t_1 \sim t_2, c_1 \sim c_5$.相应的取值范围如表 3 所示(c 为导圆的角度).

表 2 强度性能指标

Table 2 Factors of strength performance

序号	名称	类型	标准
1	腹板最大	n_1	≥ 1.15
2	平均径向应力安全系数	n_b	≥ 1.40
3	腹板最大	n_1	≥ 1.10
4	平均周向应力安全系数	n_1	≥ 1.15
5	轮盘平均周向应力安全系数	n_b	≥ 1.40
6	盘心平均周向应力安全系数	n_1	≥ 1.05
7	轮盘最大径向应力安全系数	n_1	≥ 1.00
8	轮盘最大周向应力安全系数	n_1	≥ 1.00

注:安全系数 n 是基于截面平均应力 $\bar{\sigma}$ 定义的, $n_1 = \sigma_{0.2}/\bar{\sigma}$, $n_b = \sigma_0/\bar{\sigma}$.

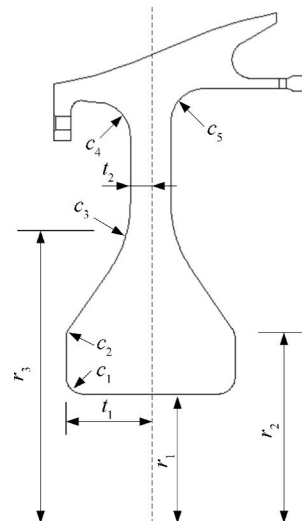


图 2 轮盘结构示意图

Fig. 2 Sketch of turbine disk structure

表 3 轮盘设计变量取值范围

Table 3 Ranges of design variables of turbine disk

设计变量	取值范围	设计变量	取值范围
r_1/mm	118.0~126.0	$c_1/(^{\circ})$	2.0~8.0
r_2/mm	138.0~140.0	$c_2/(^{\circ})$	2.0~8.0
r_3/mm	155.0~170.0	$c_3/(^{\circ})$	10.0~40.0
t_1/mm	15.0~27.0	$c_4/(^{\circ})$	2.0~12.0
t_2/mm	2.0~7.0	$c_5/(^{\circ})$	2.0~12.0

轮盘减质优化问题的数学列式如下^[15]:

$$\begin{aligned} \min W &= f(s_1, s_2, \dots, s_{10}) \\ \text{s. t. } s_i^l &\leq s_i \leq s_i^u \quad i = 1, 2, \dots, 10 \\ n_j &= \sigma/\sigma_j \geq n_j^{\text{cr}} \quad j = 1, 2, \dots, 8 \end{aligned} \quad (5)$$

其中轮盘质量 W 为目标函数; s_i 为设计变量, s_i^l 和 s_i^u 表示设计变量 s_i 的上、下限; σ_j 是约束应力, σ 表示材料的屈服强度 $\sigma_{0.2}$ 或极限强度 σ_b ; n_j 和 n_j^{cr} 分别表示按屈服强度或极限强度约束时的安全系数及下限。

图 3 为整个优化流程图. 初始样本点集取为设计空间的 2 个对角点, 采用 Kriging 模型建立轮盘质量以及强度性能指标的近似模型. 本文采用方均根误差 (root-mean-square error, RMSE)^[16-17] 来检验 Kriging 模型的精度, 通过 LBS-MCSR 算法

依次增加样本点直到达到预先设定的模型精度的要求. 然后基于轮盘质量、强度性能指标和 Kriging 模型, 采用具有全局优化特性的遗传算法 (genetic algorithm, GA) 寻找符合约束的最优方案。

整个优化程序采用软件 MATLAB 实现. 优化过程中, 程序通过脚本驱动 ANSYS 进行分析, 通过 ANSYS 参数化设计语言 (APDL) 自动提取应力等计算结果得到轮盘强度性能指标. 对于设计变量较多的复杂工程结构问题, 如果变量的取值范围定得不合适, 几何模型更新时很容易发生几何干涉^[18]. 在轮盘减质优化算例中, 通过谨慎地选取变量的取值范围, 使得在选取的设计空间中不出现几何干涉的情形。

最终得到的轮盘设计变量的优化结果如表 4 所示, 表 5 是轮盘原始设计和优化结果的强度性能指标及质量的比较。

表 4 轮盘设计变量的优化结果

Table 4 Optimum results of design variables of turbine disk

设计变量	最优解	设计变量	最优解
r_1/mm	124.13	$c_1/(^{\circ})$	3.62
r_2/mm	138.00	$c_2/(^{\circ})$	6.52
r_3/mm	155.01	$c_3/(^{\circ})$	10.50
t_1/mm	24.56	$c_4/(^{\circ})$	7.04
t_2/mm	6.58	$c_5/(^{\circ})$	11.39

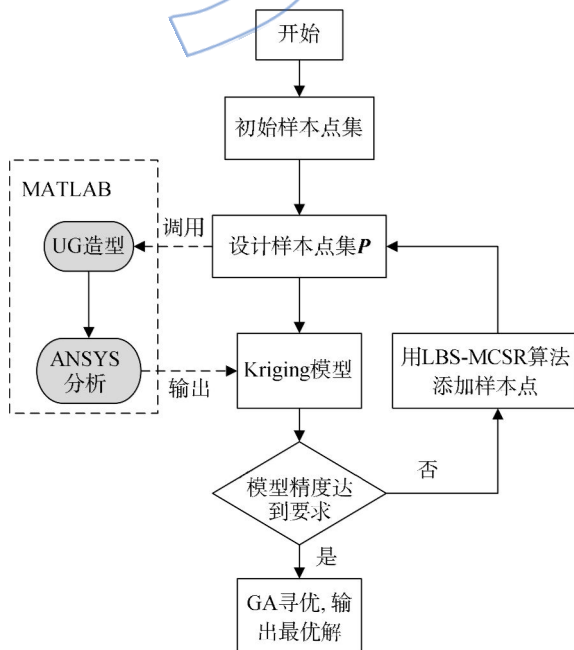


图 3 优化流程图

Fig. 3 Flowchart of optimization process

通过表 5 可以发现, 在 Kriging 模型上寻优得到的最优解的相关物理参数与 ANSYS 分析结果相当接近, 说明该优化过程具有很高的精度. 从结果来看, 优化得到的轮盘质量比原始设计减质 10%, 得到了很好的优化结果. 优化结果中, 轮盘最大周向应力约束到达边界, 为主动约束. 优化后腹板最大平均径向应力安全系数和轮盘最大径向应力安全系数这两个强度性能指标增大了. 说明对于该优化问题, 这两个强度性能指标约束不是主动约束. 图 4 给出了轮盘减质优化前后的形状变化和等效应力分布。

上述优化过程均由程序自动执行, 高效的序列采样算法的使用保证优化过程能够序列地得到符合要求的 Kriging 模型精度, 避免类似一次性采样算法过多或过少采样的问题, 节省优化成本, 提高优化效率。

表 5 轮盘原始设计和优化结果的比较

Table 5 Comparison of original design and optimum results of turbine disk

强度性能指标	类型	原始设计	优化设计的 ANSYS 分析结果	优化设计的 Kriging 模型预测结果
腹板最大	n_1	3.591	4.085	3.924
平均径向应力安全系数	n_b	4.381	4.984	4.788
腹板最大	n_1	1.529	1.308	1.323
平均周向应力安全系数	n_1	1.223	1.159	1.158
轮盘平均周向应力安全系数	n_b	1.492	1.413	1.409
盘心平均周向应力安全系数	n_1	1.228	1.158	1.155
轮盘最大周向应力安全系数	n_1	1.023	1.000	1.000
轮盘最大径向应力安全系数	n_1	1.515	1.757	1.779
轮盘质量/kg	W	25.557	23.233	23.237

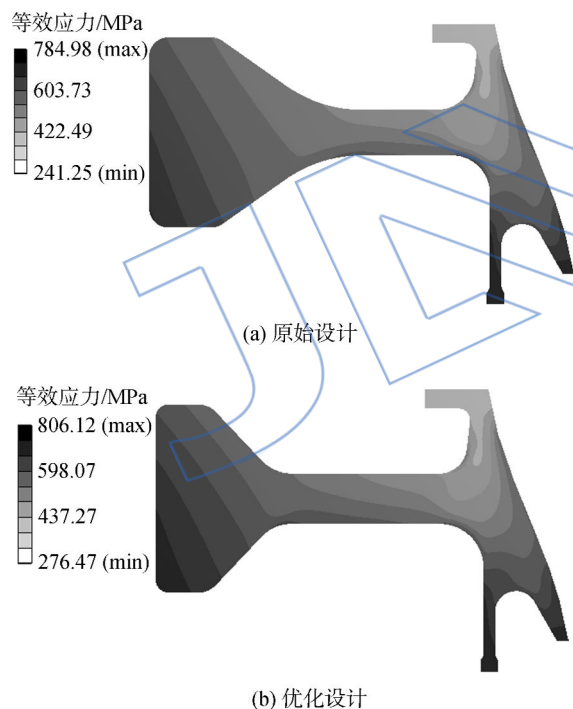


图 4 优化前后的形状变化和等效应力分布

Fig. 4 Outlines and equivalent stress distributions before and after optimization

4 结 论

本文介绍了一种序列采样算法,该算法通过序列采样避免了一次性采样算法采样过程不可控的缺点;与已有的序列采样算法相比,采样效率和采样质量均有较大改善.将该序列采样算法应用到轮盘减质优化中,显示了良好的效果,在满足轮盘强度要求的前提下,优化结果减质 10%. 该序

列采样算法与 Kriging 模型相结合,能有效地降低优化设计成本,为复杂的工程优化设计问题提供了一种高效的解决途径.

参考文献:

- [1] Gu L. A comparison of polynomial based regression models in vehicle safety analysis[R]. Pittsburgh: ASME Design Engineering Technical Conferences and Design Automation Conference, 2001.
- [2] Cressie N. Spatial prediction and ordinary Kriging[J]. Mathematical Geology, 1988, 20(4): 405-421.
- [3] Dyn N, Levin D, Rippa S. Numerical procedures for surface fitting of scattered data by radial functions[J]. Journal on Scientific and Statistical Computing, 1986, 7(2): 639-659.
- [4] Fang H, Horstemeyer M F. Global response approximation with radial basis functions[J]. Engineering Optimization, 2006, 38(4): 407-424.
- [5] 殷艺云, 郭海丁. 基于粒子群神经网络的轮盘优化[J]. 航空动力学报, 2007, 22(9): 1578-1582.
YIN Yiyun, GUO Haiding. Optimization of turbine disk based on particle swarm optimization and neural network[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(9): 1578-1582. (in Chinese)
- [6] 黄章俊, 王成恩. 基于 Kriging 模型的涡轮盘优化设计方法[J]. 计算机集成制造系统, 2010, 16(5): 905-911.
HUANG Zhangjun, WANG Chengen. Turbine discs optimization design based on Kriging model[J]. Computer Integrated Manufacturing System, 2010, 16(5): 905-911. (in Chinese)
- [7] 李铁柱, 李光耀, 陈涛, 等. 基于 Kriging 近似模型的汽车乘员约束系统稳健性设计[J]. 机械工程学报, 2010, 46(22): 123-129.
LI Tiezhu, LI Guangyao, CHEN Tao, et al. Robustness de-

- sign of occupant restraint system based on Kriging model [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46 (22): 123-129. (in Chinese)
- [8] Xiong F, Xiong Y, Chen W, et al. Optimizing latin hypercube design for sequential sampling of computer experiments[J]. Engineering Optimization, 2009, 41(8): 793-810.
- [9] Myers R H, Montgomery D C, Anderson-Cook C M. Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments [M]. Hoboken, US: Wiley, 2009.
- [10] Chen W. A robust concept exploration method for configuring complex systems [D]. Atlanta, US: Georgia Institute of Technology, 1995.
- [11] McKay M D, Beckman R J, Conover W J. Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics, 1979, 21(2): 239-245.
- [12] Wang G G. Adaptive response surface method using inherited latin hypercube design points[J]. Journal of Mechanical Design, 2003, 125(2): 210-220.
- [13] Crombecq K, Laermans E, Dhaene T. Efficient space-filling and non-collapsing sequential design strategies for simulation-based modeling[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 214(3): 683-696.
- [14] Grosso A, Jamali A, Locatelli M. Finding maximin latin hypercube designs by iterated local search heuristics[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 197(2): 541-547.
- [15] 陆山, 鲁冯杰. 基于 ANSYS 的整体叶盘结构优化设计[J]. 航空动力学报, 2012, 27(6): 1218-1224.
LU Shan, LU Fengjie. Structure optimization design for blisk based on ANSYS[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(6): 1218-1224. (in Chinese)
- [16] Zhu H G, Liu L, Long T, et al. A novel algorithm of maximin latin hypercube design using successive local enumeration[J]. Engineering Optimization, 2012, 44(5): 551-564.
- [17] Shan S Q, Wang G G. Survey of modeling and optimization strategies to solve high-dimensional design problems with computational-expensive black-box functions [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2010, 41 (2): 219-241.
- [18] Brujic D, Ristic M, Mattone M, et al. CAD based shape optimization for gas turbine component design[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2010, 41(4): 647-659.